

2018 暑期初三数学基础教案参考答案 目录

第 1 讲	图形的放缩与比例线段	1
第 2 讲	三角形一边的平行线 (1)	1
第 3 讲	三角形一边的平行线 (2)	2
第 4 讲	相似三角形的判定	2
第 5 讲	相似三角形判定的应用	3
第 6 讲	相似三角形的性质 (1)	4
第 7 讲	相似三角形的性质 (2)	5
第 8 讲	相似三角形单元测试卷	6
第 9 讲	锐角三角比	6
第 10 讲	求锐角三角比的值	7
第 11 讲	解直角三角形	9
第 12 讲	解直角三角形的应用	11
第 13 讲	锐角三角比单元测试卷	13
第 14 讲	二次函数的概念图像与性质	15
第 15 讲	二次函数的图像与性质	19
第 16 讲	二次函数的图像与性质综合	23

2018 暑期初三数学基础教案参考答案

第 1 讲 图形的放缩与比例线段

【例题剖析】

例 1、 $\frac{4}{3}$ ； $\frac{9}{16}$ 例 2、 $\frac{3}{5}$ 例 3、 $\frac{8}{3}$ 例 4、9

【经典习题】

(A) 组

1、24； 2、300； 3、 $5\sqrt{5}-5, 15-5\sqrt{5}$ ； 4、 $\frac{7}{5}, \frac{12}{5}, 2$ ；
5、2 或 3； 6、(1) $5\sqrt{6}$ ；(2) $\pm 5\sqrt{6}$ ；(3) $\frac{20}{3}$ ；(4) $\frac{3}{2}$ ； 7、9；

(B) 组

8、 $\frac{19}{5}$ ； 9、四； 10、略； 11、(1) $\frac{3}{4}$ ；(2) 4；

(C) 组

12、 $(4+\sqrt{5})a$ ； 13、略； 14、 $\frac{56}{3}$ ； 15、6； 16、略

第 2 讲 三角形一边的平行线 (1)

【例题剖析】

例 1、略 例 2、作 MG 平行于 DF，NH 平行于 DF 交 AB 于点 H，AM 于点 K，过程略
例 3、略 例 4、略

【经典习题】

(A) 组

1、27； 2、3:2； 3、14； 4、6； 5、 $\frac{5}{11}$ ； 6、1:3；

(B) 组

7、 $\frac{9}{5}$ ； 8、 $\frac{40}{13}$ ； 9、 $\frac{6}{5}\sqrt{2}$ ； 10、3:2；

(C) 组

- 11、5:3:12; 12、 $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$; 13、 $\frac{14}{3}$; 14、 $\frac{56}{3}$;

第3讲 三角形一边的平行线 (2)

【例题剖析】

例 1、(1) $\frac{m+n}{n}$; (2) 垂直; 例 2、 $\frac{4}{5}$;

例 3、(1) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x, 0 < x < 6$ (2) $BP = 2$

【经典习题】

(A) 组

- 1、 $DE = \frac{15}{4}, EF = \frac{25}{4}$; 2、 $\frac{36}{7}$; 3、略; 4、略; 5、 $\frac{1}{3}$;

(B) 组

- 6、3:2; 7、 $\frac{2}{3}$; 8、48; 9、 $10-8\sqrt{2}$; 10、20; 6;

(C) 组

- 11、略; 12、略;

第4讲 相似三角形的判定

【例题剖析】

【例 1】 C

【例 2】 A

【例 3】 提示：三边对应成比例

【例 4】 提示：两角对应相等

【例 5】 提示：证明 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

【经典习题】

(A) 组

1. A 2. D 3. C 4. C 5. B 6. D 7. B 8. B 9. 略

(B) 组

10. 提示：两组角对应相等

11. (1) 提示：两组角对应相等 (2) $y = \frac{1}{6}x^2 (x > 0)$

12. (1) $\triangle ABD \sim \triangle EDC, \triangle BAC \sim \triangle FCG$

(2) 提示：利用两对相似的对应边成比例证明

(C) 组

13. 提示：证明 $\triangle EAB \sim \triangle DAC$

14. (1) 提示：两边对应成比例且夹角相等 (2) 提示： $\angle CDB = \angle DCB = 72^\circ$

15. (1) $t = \frac{30}{11}$ 或 $\frac{50}{30}$ (2) $t = 2$ 或 3

第 5 讲 相似三角形判定的应用

【例题剖析】

【例 1】 $\frac{15}{2}$

【例 2】 提示：两边对应成比例且夹角相等

【经典习题】

(A) 组

1. 提示：三边对应成比例

2. 提示：有两种截法

3. (1) $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \triangle DEB \sim \triangle EFC$

(2) 提示：利用两对相似的对应边成比例证明

4. 8.12 米

5. 提示：先证 $\triangle ADN \sim \triangle MAB$ (两角对应相等)，再用相似三角形对应线段正比例来证明

(B) 组

6.

(1)提示：先证 $\triangle ADE \sim \triangle ACD$ (两角对应相等)，再用相似三角形对应线段正比例来证明

(2)提示：先证 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (两角对应相等)，再用相似三角形对应线段正比例来证明

7. 提示：三边对应成比例

8. $\frac{9\sqrt{34}}{34}$

(C) 组

9. (1) 提示：延长 FE 交 CD 的延长线于点 G ，先证明 $\triangle AFE \cong \triangle DGE$ (H.L)，再证 $\triangle EFC$

$\cong \triangle EGC$ (S.A.S)，再证 $\triangle AEF \sim \triangle ECF$

(2) 存在， $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$

10. $AP = 9$ 或 4

11. (1) 提示：两组角对应相等

(2) 相似 (提示：两组角对应相等)，相似 (提示：两边对应成比例且夹角相等)

$$y = \frac{x^2 - 4x + 16}{8 - x} (0 \leq x < 8)$$

第 6 讲 相似三角形的性质 (1)

【例题剖析】

【例 1】 (1) 2: 3 (2) 9: 4 (3) 3: 4 (4) 3: 4

【例 2】 8 【例 3】 100 【例 4】 24

【经典习题】

(A) 组

1. 4: 9 2. 4: 3 3. 18 或 8 4. 3: 4 5. C

6. D 7. 14 8. 20

(B) 组

9. C 10. 2:9 11. 3.75 12. D 13. C
 14. 5 15. (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$

(C) 组

16. (1) 8 (2) $\frac{1}{12}$ 17. $AH = 16$ 18. 24

第 7 讲 相似三角形的性质 (2)

【例题剖析】

- 【例 1】 C 【例 2】 D 【例 3】 D 【例 4】 100cm

【经典习题】

(A) 组

1. 1: 4, 1: 4, 1: 4, 1: 16 2. $\frac{3}{2}$, 24, $\frac{81}{2}$
 3. 36, 64 4. 2: 3, 6, 25
 5. 20 米 6. 2: 3

(B) 组

7. (1) 3: 5 (2) 3: 5 (3) 9: 25 8. (1) 提示: 两组角对应相等 (2) 24
 9. $DE = 6\sqrt{3}, FG = 6\sqrt{6}$ 10. $2400cm^2$

(C) 组

11. (1) 提示: 两组角对应相等 (2) 2 (3) n
 12. (1) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (2) $y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} (0 \leq x \leq \frac{7}{8})$ (3) 90°
 13. (1) $\frac{4}{5}$ (2) 相似 (3) $F_1(3,8), F_2(-3,0), F_3(-\frac{75}{14}, -\frac{22}{7}), F_4(-\frac{42}{25}, \frac{44}{25})$

第 8 讲 相似三角形单元测试卷

一. 选择题【本题共 6 题, 每小题 3 分, 共 18 分】

1. D 2. B 3. C 4. D 5. C 6. B

二. 填空题【本题共 12 题, 每小题 3 分, 共 36 分】

7. $\frac{7}{4}$ 8. 4: 9 9. $5\vec{a} + 4\vec{b}$ 10. $\vec{a} = -6\vec{e}$ 11. $\frac{16}{3}$ 12. $\frac{6}{5}$; 13. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 14. 2

15. 144 16. 6 或 8 17. $\frac{75}{8}$ 18. 35

三. 简答题【本题共 4 题, 每题 8 分, 共 32 分】

19. 解: $DE = 9$

20. 略

21. (1) $\therefore \triangle CEG \sim \triangle CAD \therefore \frac{EG}{AD} = \frac{CG}{CD}$

(2) 先证 $\triangle AFD \sim \triangle CGD \therefore \angle ADF = \angle GDC \therefore DF \perp DG$

22. 3; 23. $2\sqrt{2}$; 24. $\frac{2}{2+n}$;

25. (1) 两个内角对应相等的三角形相似

(2) $s = \frac{-4t^2 + 8t}{5t^2 - 16t + 16} (0 < t < 2)$

(3) $s = \frac{4}{5}$ 或 $\frac{24}{25}$

第 9 讲 锐角三角比

一、 1、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2、 $\frac{12}{13}$; 3、 $\frac{1}{2}$; 4、 $\frac{5}{12}$, $\frac{12}{13}$; 5、 $2\sqrt{3}$;

6、 $\frac{2}{5}$; 7、 $\frac{3}{5}$; 8、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 9、 8; 10、 $\frac{3}{5}$;

二、 1、 C; 2、 B; 3、 C; 4、 B; 5、 C; 6、 B; 7、 D; 8、 D;

拓展题: (1) 证明: $\because \angle ACB = 90^\circ$, CM 是斜边 AB 的中线

$\therefore MC = MA = MB$ (1 分)

$\therefore \angle A = \angle AC$ (1 分)

$\therefore MD \perp MC \therefore \angle CMD = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore \angle CMD &= \angle ACB \quad \dots\dots\dots (1 \text{分}) \\ \therefore \triangle CDM &\sim \triangle ABC \quad \dots\dots\dots (1 \text{分}) \\ \therefore \frac{MC}{AC} &= \frac{DM}{BC} \quad \text{即 } MC \cdot BC = DM \cdot AC \quad \dots\dots\dots (2 \text{分}) \end{aligned}$$

(2) 解: $\because \angle ACB = 90^\circ \therefore \angle E + \angle CDM = 90^\circ$
 同理 $\angle DCM + \angle CDM = 90^\circ \therefore \angle DCM = \angle E$
 $\therefore \angle A = \angle ACM \quad \therefore \angle A = \angle E \quad \dots\dots\dots (1 \text{分})$
 又 $\because \angle DMA = \angle BME$
 $\therefore \triangle ADM \sim \triangle EBM \quad \dots\dots\dots (1 \text{分})$
 $\therefore \frac{BE}{AD} = \frac{MB}{DM} \quad \dots\dots\dots (1 \text{分})$
 $\therefore MC = MB \quad \therefore \frac{BE}{AD} = \frac{MC}{DM}$
 $\therefore \frac{MC}{AC} = \frac{DM}{BC} \quad \text{即 } \frac{MC}{DM} = \frac{AC}{BC}$
 $\therefore \frac{BE}{AD} = \frac{AC}{BC} \quad \dots\dots\dots (1 \text{分})$
 又 $\because \tan A = \frac{2}{3}$, 即 $\frac{AC}{BC} = \frac{3}{2}$
 $\therefore BE = 9 \quad \dots\dots\dots (2 \text{分})$

第 10 讲 求锐角三角比的值

1、 30° ; 2、0; 3、 $\frac{13}{7}$; 4、3; 5、3; 6、B; 7、4, $\frac{11\sqrt{5}}{75}$;

8、(1) BD 是 AC 的中垂线, 得等腰三角形 BEC

(2) 在直角三角形中, $AD=3x, AB=4x$, 得 $BD=\sqrt{7}x, \sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$

9、(1) 先证 $\triangle ABO \sim \triangle DCO$ (2) 9

拓展题:

解: (1) 过点 A、D 分别作 $AM \perp BC, DN \perp BC$, 垂足分别为点 M、N. $\dots\dots\dots (1 \text{分})$

在 $Rt\triangle ABM$ 中, $AM = AB \cdot \sin B = 5 \times \frac{4}{5} = 4, \therefore BM = 3 \quad \dots\dots\dots (1 \text{分})$

同理可得: $DN = 3$

又可证得四边形 AMND 为矩形, $\therefore MN = AD = 3.5 \quad \dots\dots\dots (1 \text{分})$

$\therefore BC = 9.5 \quad \dots\dots\dots (1 \text{分})$

(2) 方法 1: 过点 D 作 $DN \parallel FP$ 交 BC 于点 N, $\dots\dots\dots (1 \text{分})$

在梯形 ABCD 中, $\because AB = DC, \therefore \angle B = \angle C$

$$\therefore \angle EPC = \angle B + \angle BEP = \angle EPF + \angle GPC \quad \text{又 } \angle EPF = \angle B$$

$$\therefore \angle BEP = \angle GPC$$

$$\because DN \parallel FP \quad \therefore \angle DNC = \angle GPC \quad \therefore \angle BEP = \angle DNC$$

$$\therefore \triangle PEB \sim \triangle DNC \quad \dots\dots\dots (1 \text{分})$$

$$\therefore \frac{BE}{NC} = \frac{BP}{DC} \quad \dots\dots\dots (1 \text{分})$$

$$\therefore \frac{3}{9.5-x-y} = \frac{x}{5} \quad y = \frac{-x^2 + 9.5x - 15}{x} \quad (2 < x < 7.5) \dots\dots\dots (1 \text{ 分}, 1 \text{ 分})$$

方法 2: 在梯形 $ABCD$ 中, $\because AB=DC$, $\therefore \angle B=\angle C$
 $\because \angle EPC=\angle B+\angle BEP=\angle EPF+\angle GPC$ 又 $\angle EPF=\angle B$

$$\therefore \angle BEP= \angle GPC \quad \therefore \triangle PEB \sim \triangle GPC \quad \therefore \frac{BE}{PC} = \frac{BP}{CG}$$

$\because BE=3, BP=x, PC=9.5-x$

$$\therefore \frac{3}{9.5-x} = \frac{x}{CG}, \quad \therefore CG = \frac{-x^2 + 9.5x}{3} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore DG = \frac{-x^2 + 9.5x}{3} - 5 = \frac{-x^2 + 9.5x - 15}{3}$$

$\because AD//BC \quad \therefore \triangle GFD \sim \triangle GPC$ 又 $\triangle GPC \sim \triangle PEB \quad \therefore \triangle EPB \sim \triangle GFD$

$$\therefore \frac{BE}{DF} = \frac{BP}{GD} \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\text{即 } \frac{3}{y} = \frac{x}{\frac{-x^2 + 9.5x - 15}{3}} \therefore y = \frac{-x^2 + 9.5x - 15}{x} \quad (2 < x < 7.5) \dots\dots\dots (1 \text{ 分}, 1 \text{ 分})$$

(3) 方法 1: ①当 $PE=PF$ 时, 过点 D 作 $DN//FP$ 交 BC 于点 N .

可证: $DN=PF=PE$, 进而可证: $\triangle PEB \cong \triangle DNC$

$$\therefore BP=DC=5 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

②当 $FP=FE$ 时, 如图 1, 过点 D 作 $DN//FP$ 交 BC 于点 N , 过点 F 作 $FQ \perp EP$, 垂足为点 Q , 可得 $EQ=PQ$.

$$\text{可证: } \triangle PEB \sim \triangle DNC \quad \therefore \frac{BP}{CD} = \frac{PE}{DN}$$

$$\text{又可证: } \cos \angle EPF = \cos B = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \frac{PQ}{FP} = \frac{3}{5} \quad \therefore \frac{PE}{PF} = \frac{6}{5}$$

$$\text{又可证 } PF=DN \quad \therefore \frac{PE}{DN} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \frac{BP}{5} = \frac{6}{5} \quad \therefore BP = 6. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

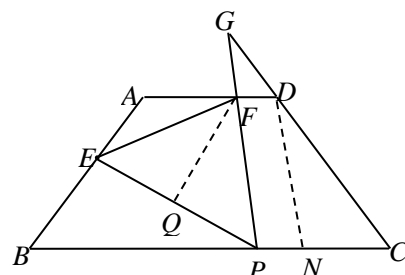


图 1

③当 $EF=EP$ 时, 如图 2, 过点 D 作 $DN//FP$ 交 BC 于点 N , 过点 E 作 $EH \perp FP$, 垂足为点 H , 可得 $FH=PH$.

$$\text{同②可得: } \frac{BP}{5} = \frac{5}{6}$$

$$\therefore BP = \frac{25}{6} \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

综上所述, $BP = 5$ 或 6 或 $\frac{25}{6}$.

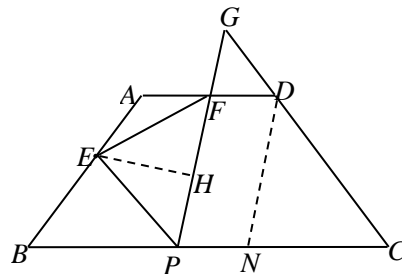


图 2

方法 2: ①当 $PE=PF$ 时, $\because \triangle BEP \sim \triangle CPG$

$$\therefore \frac{BE}{PC} = \frac{EP}{GP} \quad \therefore \frac{BE}{PC} = \frac{FP}{GP}$$

$$\because AD//BC, \quad \therefore \frac{CD}{GC} = \frac{FP}{GP}, \quad \therefore \frac{BE}{PC} = \frac{CD}{GC}$$

即 $\frac{3}{9.5-x} = \frac{5}{\frac{x(9.5-x)}{3}}$ $\therefore x=5$ (1分)

②当 $FP=FE$ 时, 如图 3, 过点 F 作 $FQ \perp EP$, 垂足为点 Q , 可得 $EQ=PQ$.

易得 $\cos \angle EPF = \cos B = \frac{3}{5}$

即 $\frac{PQ}{FP} = \frac{3}{5} \therefore \frac{EP}{FP} = \frac{6}{5}$

$\therefore \frac{BE}{PC} = \frac{EP}{GP} = \frac{6}{5} \cdot \frac{FP}{GP} \therefore \frac{CD}{GC} = \frac{FP}{GP}$

$\therefore \frac{BE}{PC} = \frac{6}{5} \cdot \frac{CD}{GC}$ 即 $\frac{3}{9.5-x} = \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{\frac{x(9.5-x)}{3}}$

$\therefore x=6$ (2分)

③当 $EF=EP$ 时, 如图 4, 过点 E 作 $EH \perp FP$, 垂足为点 H , 可得 $FH=PH$

易得 $\cos \angle EPF = \cos B = \frac{3}{5}$

即 $\frac{PH}{EP} = \frac{3}{5} \therefore \frac{FP}{EP} = \frac{6}{5}$

$\therefore \frac{BE}{PC} = \frac{EP}{GP} = \frac{5}{6} \cdot \frac{FP}{GP} \therefore \frac{CD}{GC} = \frac{FP}{GP}$

$\therefore \frac{BE}{PC} = \frac{5}{6} \cdot \frac{CD}{GC}$

即 $\frac{3}{9.5-x} = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{\frac{x(9.5-x)}{3}}$

$\therefore x = \frac{25}{6}$ (2分)

综上所述, $BP = 5$ 或 6 或 $\frac{25}{6}$.

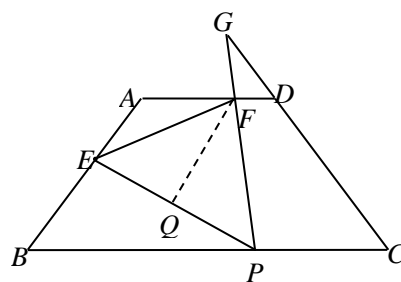


图 3

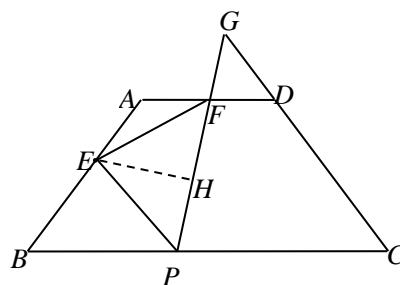


图 4

第 11 讲 解直角三角形

- 1、B; 2、 $\sqrt{2}$; 3、 $\frac{\sqrt{10}}{10}$; 4、 $BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}, AB = \frac{40\sqrt{3}}{3}$; 5、24; 6、 $8\sqrt{3}$; 7、 $\frac{\sqrt{3}}{3}$;

拓展题

解: (1) $\frac{6}{5} < x < 6$ (2分)

(2) $\because \tan \angle MAB = 2, x = 2 \therefore CP=4, \therefore PB=4, \therefore \angle B=45^\circ$ (1分)

$\because \triangle ADN \sim \triangle ABC$, 且 $\angle BAD = \angle BCA$,
 $\therefore \angle CAB = \angle AND$ 或 $\angle CAB = \angle ADN$.----- (1分, 1分)

情况一: 当 $\angle CAB = \angle AND$ 时, $AC \parallel DN$, $\therefore PN:PD = AP:CP$

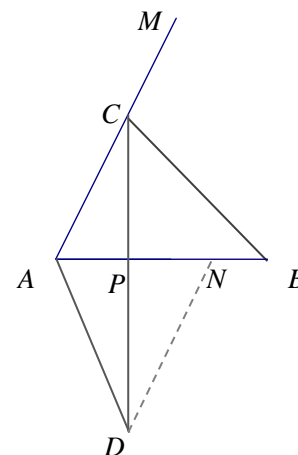
$\because \tan \angle MAB = 2 \therefore AP:CP = 1:2, PN:PD = 1:2$,

设 $PN=k$, 则 $PD=2k$

此时 $\frac{AC}{CB} = \frac{AN}{AD}$, $\therefore \frac{2\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} = \frac{2+k}{\sqrt{4+4k^2}}$, ----- (1分)

$\therefore 3k^2 - 8k - 3 = 0 \therefore k = 3, k = -\frac{1}{3}$ (舍)

即 $PN=3$ ----- (1分)



情况二: 当 $\angle CAB = \angle ADN$ 时, $\angle N = 45^\circ$,

设 $PN=y$, 则 $PD=y$

此时 $\frac{AC}{CB} = \frac{AD}{AN}$, $\therefore \frac{2\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4+y^2}}{2+y}$ ----- (1分)

$\therefore 3y^2 - 20y + 12 = 0 \therefore k = 6, k = \frac{2}{3}$

\because 当 $k = \frac{2}{3}$ 时, $\angle BAD = \angle BCA$ 不成立, $\therefore k = \frac{2}{3}$ 舍去

$\therefore PN=6$ ----- (1分)

(3) 作 $BH \perp AC$, $\because AB \times PC = AC \times BH$, 即 $6 \times 2x = \sqrt{5}x \times HB$

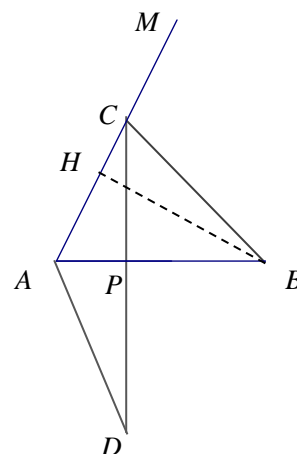
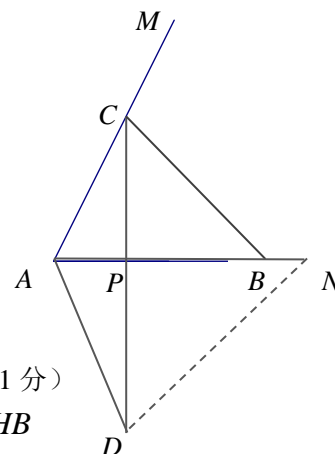
$\therefore HB = \frac{12\sqrt{5}}{5}$ ----- (1分)

$\because \tan \angle MAB = 2 \therefore HA = \frac{6\sqrt{5}}{5}, \therefore HC = \sqrt{5}x - \frac{6\sqrt{5}}{5}$

$\because \angle BAD = \angle BCA, \therefore \triangle BCH \sim \triangle DAP$,

$\therefore \frac{AP}{PD} = \frac{CH}{BH}$, 即 $\frac{x}{PD} = \frac{\sqrt{5}x - \frac{6\sqrt{5}}{5}}{\frac{12\sqrt{5}}{5}}$,

$\therefore PD = \frac{12x}{5x-6}$ ----- (2分)



第 12 讲 解直角三角形的应用

1、16; 2、 $1:\sqrt{3}$; 3、 35° ;

4、解：此车没有超速.

理由如下：过 C 作 $CH \perp MN$ ，垂足为 H

$\because \angle CBN=60^\circ, BC=200$ 米，

$$\therefore CH=BC \cdot \sin 60^\circ = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3} \text{ (米)}, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$BH=BC \cdot \cos 60^\circ = 100 \text{ (米)}, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because \angle CAN=45^\circ, \therefore AH=CH=100\sqrt{3} \text{ 米}, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore AB=100\sqrt{3} - 100 \approx 73 \text{ (m)}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{车速为 } \frac{73}{5} = 14.6 \text{ m/s} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because 60 \text{ 千米/小时} = \frac{50}{3} \text{ m/s},$$

$$\text{又 } \because 14.6 < \frac{50}{3} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

\therefore 此车没有超速. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

5、解：(1) 由题意得， $AB=60$ 米， $\angle BAC=30^\circ, \angle BEF=36^\circ, FM \parallel CG$

$$\because \text{点 } D \text{ 是 } AB \text{ 的中点 } \therefore BD=AD=\frac{1}{2}AB=30 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because DF \parallel AC \text{ 交 } BC、HG \text{ 分别于点 } F、M, \therefore \angle BDF=\angle A=30^\circ, \angle BFE=\angle C=90^\circ$$

在 $Rt\triangle BFD$ 中， $\angle BFD=90^\circ$,

$$\cos \angle BDF = \frac{DF}{BD}, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DF}{30}, \quad DF = 15\sqrt{3} \approx 25.5 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\sin \angle BDF = \frac{BF}{BD}, \quad \frac{1}{2} = \frac{BF}{30}, \quad BF = 15 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

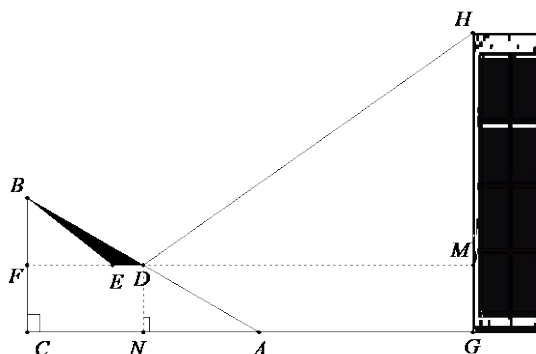
在 $Rt\triangle BFE$ 中， $\angle BFE=90^\circ$,

$$\tan \angle BEF = \frac{BF}{EF}, \quad 0.7 = \frac{15}{EF},$$

$$EF=21.4 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore DE=DF-EF=25.5-21.4=4.1 \approx 4 \text{ (米)}$$

答：平台 DE 的长约为 4 米. $\dots\dots\dots (1 \text{ 分})$



6、解：过点 C 作 $CG \perp AE$ ，垂足为点 G. $\dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

由题意得 $\angle CEF=45^\circ=\angle CEG$, $\angle ACG=60^\circ$ (1分)
 设 $CG=x$,

在 $Rt\triangle ACG$ 中, $AG = CG \cdot \tan \angle ACG = \sqrt{3}x$ (1分)

在 $Rt\triangle ECG$ 中, $EG = CG \cdot \cot \angle CEG = x$ (1分)

$\because AG+EG=AE$

$\therefore \sqrt{3}x + x = 36 - 6$ (2分)

解得: $x = 15\sqrt{3} - 15$ (2分)

又可求得: $CF=EG=15\sqrt{3}-15$

$\therefore CD = 15\sqrt{3} - 15 + 6 = 15\sqrt{3} - 9$ (1分)

答: 该旗杆 CD 的高为 $(15\sqrt{3}-9)$ 米. (1分)

7、解: (1) 过点 A 作 $AF \perp OC$, 垂足为点 F (1分)

在 $Rt\triangle AFO$ 中, $\because \angle AOF = 37^\circ$, $AO=50cm$,

$\therefore OF = 50 \times \cos 37^\circ$ (2分)
 $= 50 \times 0.8$

$= 40cm$ (1分)

$\therefore CF = 50 - 40 = 10cm$ (1分)

答: 小球达到最高点位置与最低点位置的高度差为 $10cm$ (1分)

(2) 因为 B 点与 A 点的高度相同, 所以 B 点与 C 点的高度差为 $10cm$, 联结 BF , $BF \perp OC$.

设 OD 长为 xcm , (1分)

$\because \angle BDE = 30^\circ$, $\angle ODE = 90^\circ$, $\therefore \angle BDC = 60^\circ$,

$\therefore DF = (40 - x)cm$, $DB = (50 - x)cm$, (2分)

在 $Rt\triangle DFB$ 中, $40 - x = (50 - x)\cos 60^\circ$, (1分)

$$x = 30$$

$\therefore OD = 30$ (1分)

答: OD 这段细绳的长度为 $30cm$ (1分)

8、解: 过点 A 作 $AH \perp BC$, 垂足为 H (如图) (1分)

设 $AH = x$ (米). 在 $Rt\triangle ABH$ 中, 由 $\angle AHB = 90^\circ$,

$\angle B = 45^\circ$ 得 $BH = AH \cdot \cot 45^\circ = AH = x$ (1+1分)

在 $Rt\triangle ACH$ 中, 由 $\angle AHC = 90^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ 得 $CH = \frac{AH}{\tan 60^\circ} = \frac{x}{\sqrt{3}}$ (1+1分)

$\because BC = 30$, $\therefore x + \frac{x}{\sqrt{3}} = 30$ (2分)

解得 $x = 45 - 15\sqrt{3} \approx 19.5 \approx 20$ (米) (1+1分)

答: 这条河的宽度约为 20 米. (1分)

第 13 讲 锐角三角比单元测试卷

1. A; 2. C; 3. C; 4. C; 5. B; 6. A.

7. $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$; 8. $\sqrt{3}$; 9. $\frac{\sqrt{21}}{2}$ 10. 30° ; 11. 30° ; 12. $\frac{3}{2}$;

13. $\frac{3}{4}$; 14. 115.5 米; 15. $\sqrt{10}$; 16. 8.2; 17. $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 18. 10 或 $\frac{10\sqrt{3}}{3}$.

19. 解: 原式 = $\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ 4 分

$$= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= -2 - \sqrt{3} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

20. 解: 令 $x=0$, 得 $y=4$. 令 $y=0$, 得 $x=-3$.

则 $A(-3, 0)$, $B(0, 4)$ 2 分

$\therefore OA=3$, $OB=4$. $\because \angle AOB=90^\circ \therefore AB=5$2 分

$\therefore \sin \angle ABO = \frac{OA}{AB}$ 4 分

$$= \frac{3}{5} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

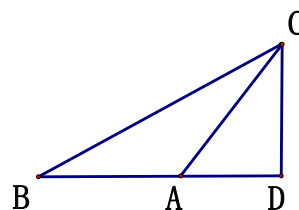
21. 解: 设正方形边长为 a , 则 $AB=BC=a$1 分

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形

$\therefore \angle B=90^\circ \quad \therefore AC = \sqrt{2} a$ 4 分

$\therefore CE=AC=\sqrt{2} a$ 2 分

$\therefore \cot \angle E = \frac{BE}{AB} = \sqrt{2} + 1$ 3 分



22. 解: 如图, 由题意得 $\angle CAD=60^\circ$, $\angle CBD=30^\circ$, $AB=10$ 米, 设 $AD=x$ 米,2 分

在 $Rt\triangle ACD$ 中 $CD=AD \cdot \tan \angle CAD = \sqrt{3} x$ 4 分

在 $Rt\triangle BCD$ 中 $BD=CD \cdot \cot \angle CBD = 3x$ 3 分

$\therefore AB=2x=10 \quad \therefore x=5 \quad \therefore CD = \sqrt{3} x = 5\sqrt{3} \approx 8.7$2 分

答: 河对岸的树高约为 8.7 米.1 分

23. 解：过 C 作 $CD \perp AB$ 于 D 则 $\angle ADC = 90^\circ$ 1 分

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中 $\because \cos \angle DAC = \frac{AD}{AC}$ 4 分

$$\therefore AD = 3 \cdot \cos 53^\circ \approx 1.8 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore BD = BA - AD = 3 - 1.8 = 1.2 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore 1.2 + 0.5 = 1.7(\text{m}) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

答：秋千踏板与地面的最大距离约为 1.7 米1 分

24. 解：过点 D 作 $DF \perp AB$ ，垂足为点 F 。1 分

$\because AB \perp BC, CD \perp BC, \therefore$ 四边形 $BCDF$ 是矩形， $\therefore BC = DF, CD = BF$ 。2 分

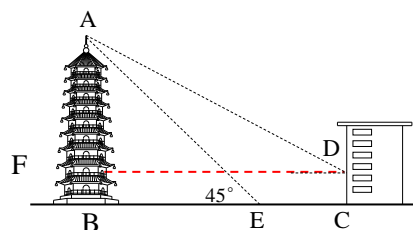
设 $AB = x$ 米，在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $\angle AEB = \angle BAE = 45^\circ, \therefore BE = AB = x$ 。2 分

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中， $\angle ADF = 30^\circ, AF = AB - BF = x - 3$,

$$\therefore DF = AF \cdot \cot 30^\circ = \sqrt{3}(x - 3) \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because DF = BC = BE + EC, \therefore \sqrt{3}(x - 3) = x + 15,$$

$$\therefore x = 12 + 9\sqrt{3} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$



答：塔 AB 的高度是 $(12 + 9\sqrt{3})$ 米。 ...1 分

25. 解： $\because \tan \angle AEN = \tan \angle EAN = \frac{1}{3}$ 1 分

\therefore 设 $BE = a, AB = 3a$ ，则 $CE = 2a$

$\because DC + CE = 10, 3a + 2a = 10, \therefore a = 2$ 。2 分

$\therefore BE = 2, AB = 6, CE = 4$ 。

$\because AE = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}, \therefore AG = \sqrt{10}$ 。1 分

又 $\frac{NG}{AG} = \frac{1}{3}, \therefore NG = \frac{\sqrt{10}}{3}$ 。1 分

$\therefore AN = \sqrt{(\sqrt{10})^2 + \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^2} = \frac{10}{3}$ 2 分

$\therefore S_{\triangle ANE} = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times 2 = \frac{10}{3}$ 2 分

$\sin \angle ENB = \frac{EB}{NE} = \frac{2}{\frac{10}{3}} = \frac{3}{5}$ 3 分

第 14 讲 二次函数的概念图像与性质

【例题剖析】

例 1、 $m = 3$ ； 例 2、(1) $y = -10x^2 + 800x - 12000, 20 \leq x \leq 60$ ；(2) 3000 元

例 3、(1) $y = 5x^2$ ，顶点 $(0,0)$ ，对称轴 y 轴；(2) 不在；(3) $\left(\pm \frac{\sqrt{30}}{5}, 6\right)$ ；(4) $S_{\triangle ABO} = \frac{12}{5}$ ；

【经典习题】

(A) 组

1. B. 2. C. 3. B. 4. D. 5. $\frac{2}{5}$. 6. ④. 7. 2.

8. 一次函数. 9. 顶点, $(0, 0)$, 减小, 增大. 10. 依次填 3, 1, 4, 2.

(B) 组

11. D.

12. $S = -x^2 + 12x$ ($0 < x < 6$).

13、解：(1) $\because AD = EF = BC = x$,

$\therefore AB = 18 - 3x$

\therefore 水池的总容积为 $1.5x(18 - 3x) = 36$,

即 $x^2 - 6x + 8 = 0$, 解得: $x = 2$ 或 4

答: x 应为 $2m$ 或 $4m$

(2) 由 (1) 知 V 与 x 的函数关系式为:

$V = 1.5x(18 - 3x) = -4.5x^2 + 27x$,

x 的取值范围是: $0 < x < 6$

(3) $V = -4.5x^2 + 27x = -\frac{9}{2}(x - 3)^2 + \frac{81}{2}$

\therefore 由函数图象知: 当 $x = 3$ 时, V 有最大值 40.5

答: 若使水池的总容积最大, x 应为 3 , 最大容积为 $40.5m^3$.

14、解：(1) \because 四条直线 $x = 1$, $x = 2$, $y = 1$, $y = 2$ 围成的正方形 ABCD

$\therefore A(1, 2)$, $C(2, 1)$,

再根据抛物线的性质， $|a|$ 越大开口越小，

把 A 点代入 $y=ax^2$ 得 $a=2$ ，

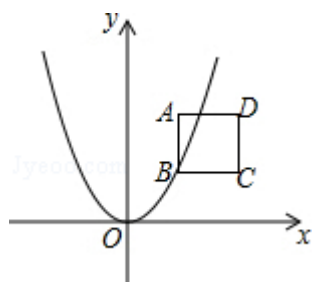
把 C 点代入 $y=ax^2$ 得 $a=\frac{1}{4}$ ，

则 a 的范围介于这两点之间，故 $\frac{1}{4} \leq a \leq 2$ ；

(2) $\because a$ 为整数且 $\frac{1}{4} \leq a \leq 2$ ，

$\therefore a=1$ 或 2 ，

\therefore 函数的表达式为： $y=x^2$ 或 $y=2x^2$ 。



(C) 组

15、解：(1) 设所求抛物线的解析式为： $y=ax^2$ 。

设 D (5, b)，则 B (10, b - 3)，

把 D、B 的坐标分别代入 $y=ax^2$ 得：

$$\begin{cases} 25a=b \\ 100a=b-3 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a=-\frac{1}{25} \\ b=-1 \end{cases}$

$$\therefore y = -\frac{1}{25}x^2;$$

(2) $\because b = -1$ ，

\therefore 拱桥顶 O 到 CD 的距离为 1，

$$\frac{1}{0.2} = 5 \text{ 小时.}$$

所以再持续 5 小时到达拱桥顶。

16、解：(1) 设二次函数的解析式为 $y=ax^2$ ，

把点 A (3, 3) 代入得 $3=a \times 3^2$, 解得 $a=\frac{1}{3}$;

设一次函数的解析式为 $y=kx+b$,

把点 A (3, 3)、点 B (6, 0) 代入得 $\begin{cases} 3k+b=3 \\ 6k+b=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=-1 \\ b=6 \end{cases}$,

所以二次函数与一次函数的解析式分别为 $y=\frac{1}{3}x^2$, $y=-x+6$;

(2) C 点坐标为 (0, 6),

$\because DE \parallel y$ 轴,

$\therefore \angle ODE = \angle COD$, $\angle EDA = \angle OCD$,

$\because \angle DOE = \angle EDA$,

$\therefore \angle DOE = \angle OCD$,

$\therefore \triangle OCD \sim \triangle DOE$,

$\therefore OC : OD = OD : DE$, 即 $OD^2 = OC \cdot DE$,

设 E 点坐标为 $(a, \frac{1}{3}a^2)$, 则 D 点坐标为 $(a, 6-a)$,

$OD^2 = a^2 + (6-a)^2 = 2a^2 - 12a + 36$, $OC=6$, $DE=6-a-\frac{1}{3}a^2$,

$\therefore 2a^2 - 12a + 36 = 6(6-a-\frac{1}{3}a^2)$, 解得 $a_1=0$, $a_2=\frac{3}{2}$,

$\because E$ 是抛物线上 OA 段上一点,

$\therefore 0 < a < 3$,

$\therefore a = \frac{3}{2}$,

\therefore 点 E 坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$;

(3) 以点 O、C、M、F 为顶点的四边形不能为菱形. 理由如下:

如图, 过 O 点作 $OF \parallel AC$ 交抛物线于 F, 过 F 点作 $FM \parallel y$ 轴交 AC 延长线于 M 点, 交 x 轴于 H 点,

则四边形 OCMF 为平行四边形,

$\because OC=OB=6$,

$\therefore \triangle OCB$ 为等腰直角三角形,

$\therefore \angle OBC=45^\circ$,

$\therefore \angle HOF=45^\circ$,

$\therefore \triangle OHF$ 为等腰直角三角形,

$\therefore HO=HF$,

设 F 点坐标为 $(m, -m)$ ($m>0$),

把 F $(m, -m)$ 代入 $y=\frac{1}{3}x^2$ 得 $-m=\frac{1}{3}m^2$, 解得 $m_1=0, m_2=-3$,

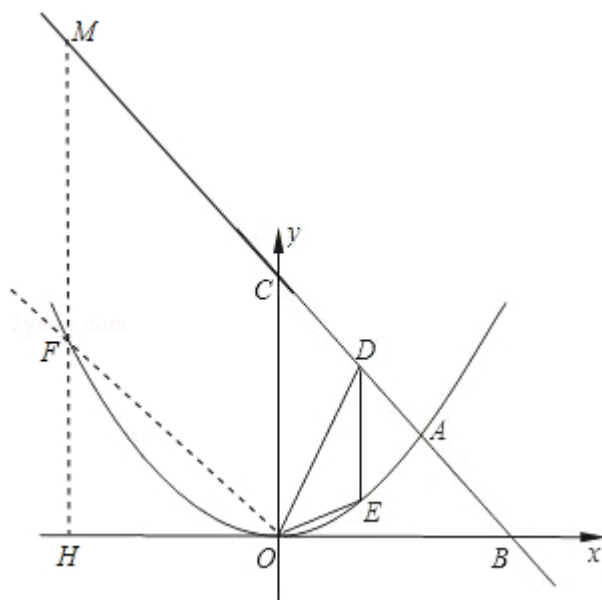
$\therefore m=-3$,

$\therefore HO=HF=3$,

$\therefore OF=\sqrt{2}OH=3\sqrt{2}$,

而 $OC=6$,

\therefore 四边形 OCMF 不为菱形.



第 15 讲 二次函数的图像与性质

【例题剖析】

例 1、解：(1) \because 二次函数 $y=a(x+m)^2$ 的顶点坐标为 $(-1, 0)$,

$$\therefore m=1,$$

\therefore 二次函数 $y=a(x+1)^2$,

把点 A $(-2, -\frac{1}{2})$ 代入得 $a=-\frac{1}{2}$,

则抛物线的解析式为: $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$.

(2) 把 $x=2$ 代入 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$ 得 $y=-\frac{9}{2} \neq -2$,

所以, 点 B $(2, -2)$ 不在这个函数的图象上;

(3) 根据题意设平移后的解析式为 $y=-\frac{1}{2}(x+1+m)^2$,

把 B $(2, -2)$ 代入得 $-2=-\frac{1}{2}(2+1+m)^2$,

解得 $m=-1$ 或 -5 ,

所以抛物线向左平移 1 个单位或平移 5 个单位函数, 即可过点 B.

例 2、解：(1) \because 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过 x 轴上点 A $(1, 0)$ 和点 B $(3, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 1+b+c=0 \\ 9+3b+c=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-4 \\ c=3 \end{cases},$$

\therefore 此二次函数的解析式为 $y=x^2-4x+3$.

$$\therefore -\frac{b}{2a}=2, \frac{4ac-b^2}{4a}=-1,$$

\therefore 顶点 P 的坐标为 $(2, -1)$.

(2) $\because y=x^2-4x+3$,

\therefore 当 $x=0$ 时, $y=3$.

\therefore 点 C 的坐标为 $(0, 3)$.

又 \because 点 P 的坐标为 $(2, -1)$, 点 B 的坐标为 $(3, 0)$,

$$\therefore PB = \sqrt{(3-2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{2},$$

$$BC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2},$$

$$PC = \sqrt{2^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore PB^2 + BC^2 = PC^2,$$

$$\therefore \angle PBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle CPB = \frac{BC}{PC} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

例 3、解：(1) $O(0, 0)$, $A(6, 0)$, $M(3, 3)$.

(2) 设抛物线的关系式为 $y = a(x - 3)^2 + 3$,

因为抛物线过点 $(0, 0)$,

$$\text{所以 } 0 = a(0 - 3)^2 + 3,$$

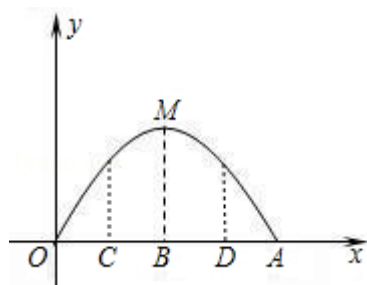
$$\text{解得 } a = -\frac{1}{3},$$

$$\text{所以 } y = -\frac{1}{3}(x - 3)^2 + 3 = -\frac{1}{3}x^2 + 2x,$$

要使木板堆放最高，依据题意，得 B 点应是木板宽 CD 的中点，

$$\text{把 } x=2 \text{ 代入 } y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x,$$

得 $y = \frac{8}{3}$ ，所以这些木板最高可堆放 $\frac{8}{3}$ 米。



【经典习题】

(A) 组

1. A. 2. B. 3. D. 4. D. 5. C. 6. B.

7. B. 8. 右. 9. $x=4$. 10. $x=-1$. 11. $x=\frac{3}{2}$.

12. 17. 13. 11. 14. $6\sqrt{7}$.

(B) 组

15、解： $y = -2x^2 + 6x + 4$

$$= -2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + 4 + \frac{9}{2},$$

$$= -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{17}{2} = -2\left[x + \left(-\frac{3}{2}\right)\right]^2 + \frac{17}{2},$$

开口向下，对称轴为直线 $x = \frac{3}{2}$ ，顶点 $\left(\frac{3}{2}, \frac{17}{2}\right)$ 。

16、(1) 证明： $\Delta = (m - 2)^2 - 4 \times (-1) \times (m + 1)$

$$= m^2 + 8,$$

$$\because m^2 \geq 0,$$

$$\therefore m^2 + 8 > 0, \text{ 即 } \Delta > 0,$$

\therefore 不论 m 取任何实数，这个二次函数的图象必与 x 轴有两个交点；

(2) 解：设二次函数的图象与 x 轴有两个交点坐标为 $(x_1, 0)$ ， $(x_2, 0)$ ，则 x_1 和 x_2 为关于 x 的方程 $-x^2 + (m - 2)x + m + 1 = 0$ 的两不等实数根，且 $x_1 < 0$ ， $x_2 < 0$ ，

$$\therefore x_1 + x_2 = m - 2 < 0, \quad x_1 \cdot x_2 = -(m + 1) > 0,$$

$$\therefore m < -1;$$

即 $m < -1$ 时，这两个交点都在原点的左侧；

(3) 根据题意得 $x = -\frac{m-2}{2 \times (-1)} = 0$,

解得 $m = 2$ ，

即 $m = 2$ 时，这个二次函数的图象的对称轴是 y 轴。

(C) 组

17、解：(1) 因各点坐标都关于 y 轴对称，可以设特殊点坐标。由抛物线的函数解析式为 $y =$

$$-x^2 + c,$$

$$\because AB = BC,$$

设 $AB = a$ ，则 $FE = \frac{a}{5}$ ，

又 \because 抛物线关于 y 轴对称，

故可设 $B\left(\frac{a}{2}, a\right)$, $F\left(\frac{a}{10}, \frac{6}{5}a\right)$ 代入 $y = -x^2 + c$ 得:
$$\begin{cases} -\frac{a^2}{4} + c = a \\ -\frac{a^2}{100} + c = \frac{6}{5}a \end{cases},$$

即
$$\begin{cases} a = \frac{5}{6} \\ c = \frac{145}{144} \end{cases}.$$

抛物线解析式中常数 c 的值为 $\frac{145}{144}$.

(2) \because 正方形 $ABCD$ 的边长和正方形 $EFGH$ 的边长之比为 $5:1$, 即 $FG = \frac{1}{5}BC = \frac{a}{5}$,

$\therefore F\left(\frac{a}{10}, \frac{a}{5} + a\right)$.

设 $MN = NP = b$, 则 $N\left(\frac{b}{2}, b + \frac{6}{5}a\right)$,

$\because a = \frac{5}{6}$, 代入 $y = -x^2 + \frac{145}{144}$

$\therefore b + 1 = -\frac{b^2}{4} + \frac{145}{144}$

\therefore 正方形 $MNPQ$ 的边长 $b = \frac{\sqrt{145}}{6} - 2$.

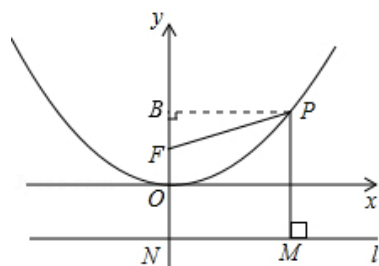
18、解: (1) \because 抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 的顶点为 $(-2, -1)$

\therefore 抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 的图象向上平移 1 个单位, 再向右 2 个单位得到抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$

的图象.

(2) ①存在一定点 F , 使得 $PM = PF$ 恒成立.

如图一, 过点 P 作 $PB \perp y$ 轴于点 B



(图一)

设点 P 坐标为 $(a, \frac{1}{4}a^2)$

$$\therefore PM=PF=\frac{1}{4}a^2+1$$

$$\because PB=a$$

\therefore Rt \triangle PBF 中

$$BF=\sqrt{PF^2-PB^2}=\sqrt{(\frac{1}{4}a^2+1)^2-a^2}=\frac{1}{4}a^2-1$$

$$\therefore OF=1$$

\therefore 点 F 坐标为 $(0, 1)$

②由①, $PM=PF$

QP+PF 的最小值为 QP+QM 的最小值

当 Q、P、M 三点共线时, QP+QM 有最小值为点 Q 纵坐标 5.

\therefore QP+PF 的最小值为 5.

第 16 讲 二次函数的图像与性质综合

【例题剖析】

例 1、解: (1) 设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

把 $(-1, 3)$, $(1, 3)$, $(2, 6)$ 代入解析式得,

$$3=a-b+c \text{①},$$

$$3=a+b+c \text{②},$$

$$6=4a+2b+c \text{③},$$

解由①②③组成的方程组得, $a=1$, $b=0$, $c=2$.

所以二次函数的解析式为 $y=x^2+2$.

$$(2) \text{ 设 } y=a(x+1)^2+9,$$

把 $(0, -8)$ 代入解析式得, $a=-17$,

$$\therefore y=-17(x+1)^2+9=-17x^2-34x-8,$$

所以二次函数的解析式为 $y=-17x^2-34x-8$.

(3) \because 对称轴是直线 $x=1$, 与 x 轴的一个交点为 $(-2, 0)$,

∴与 x 轴的另一个交点为 (4, 0),

设 $y=a(x+2)(x-4)$,

把 (0, 12) 代入解析式得, $a=-\frac{3}{2}$,

$$\therefore y=-\frac{3}{2}(x+2)(x-4)=-\frac{3}{2}x^2+3x+12,$$

所以二次函数的解析式为 $y=-\frac{3}{2}x^2+3x+12$.

(4) 设 $y=a(x-2)^2-5$,

把 (0, 0) 代入解析式得, $a=\frac{5}{4}$,

$$\therefore y=\frac{5}{4}(x-2)^2-5=\frac{5}{4}x^2-5x,$$

所以二次函数的解析式为 $y=\frac{5}{4}x^2-5x$.

(5) 设 $y=a(x+1)(x+3)$,

根据题意可得对称轴为直线 $x=-2$, 又函数有最小值 -5,

∴顶点坐标为 (-2, -5), 代入解析式得, $a=-5$.

$$\therefore y=-5(x+1)(x+3)=-5x^2-20x-15,$$

所以二次函数的解析式为 $y=-5x^2-20x-15$.

(6) ∵当 $x=2$ 时, 函数的最大值是 1, 即顶点坐标为 (2, 1),

∴抛物线的对称轴为直线 $x=2$, 而图象与 x 轴两个交点之间的距离为 2, 则交点坐标分别为

(1, 0), (3, 0),

设 $y=a(x-1)(x-3)$,

把 (2, 1) 代入解析式得, $a=-1$,

$$\therefore y=-(x-1)(x-3)=-x^2+4x-3,$$

所以二次函数的解析式为 $y=-x^2+4x-3$.

例 2、解: (1) ∵ $y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ 中当 $x=0$ 时, $y=\frac{5}{3}$,

∴出手点 A 离地面的高度为: $\frac{5}{3}m$;

$$(2) \therefore y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3},$$

$$= -\frac{1}{12}(x^2 - 8x) + \frac{5}{3},$$

$$= -\frac{1}{12}(x - 4)^2 + 3.$$

∴最高点 C 离地面的高度为：3m；

(3) 当 $y=0$ 时， $-\frac{1}{12}(x - 4)^2 + 3 = 0$,

解得： $x_1 = -2$ ， $x_2 = 10$ ，

∵ $x > 0$ ，∴取 $x = 10$ ，

∴运动员投铅球的成绩是 10 米。

例 3、解：(1) 由题意，得 C (0, 3) (1 分)

在 Rt△AOC 中， $\angle AOC = 90^\circ$ ，

$$\because \cot \angle OCA = \frac{OC}{OA} = 3$$

∴OA=1，

∴A (1, 0) (2 分)

∵点 A 在抛物线 $y = ax^2 + 2ax + 3$ 上，

∴ $a + 2a + 3 = 0$ (1 分)

解得 $a = -1$ (1 分)

∴抛物线的解析式是 $y = -x^2 - 2x + 3$ (1 分)

(2) ∵抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 的对称轴是直线 $x = -1$ (1 分)

又 A (1, 0)

∴点 B (-3, 0) (1 分)

∵四边形 OBFE 是平行四边形

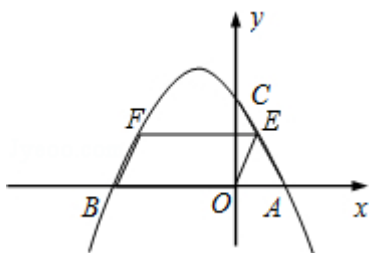
∴EF=OB=3，

∴点 E 的横坐标为 $\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$. (1 分)

设点 E ($\frac{1}{2}$, y) (1 分)

∴ $y = -(\frac{1}{2})^2 - 2 \times \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{4}$ (1 分)

∴点E($\frac{1}{2}$, $\frac{7}{4}$) (1分)



【经典习题】

(A) 组

1、C 2、B 3、D 4、B 5、D 6、B 7、B

8、 $y=2x^2+8x+11$. 9、 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x$ 或 $y=\frac{1}{2}x^2-3x$. 10、 $2\sqrt{17}$.

11、2. 12、 $x_1=-2$, $x_2=1$. 13、 $-1 \leq t < 8$.

(B) 组

14、解：(1) M (12, 0), P (6, 6)

(2) ∵顶点坐标 (6, 6)

∴设 $y=a(x-6)^2+6$ ($a \neq 0$)

又∵图象经过 (0, 0)

∴ $0=a(0-6)^2+6$

∴ $a=-\frac{1}{6}$

∴这条抛物线的函数解析式为 $y=-\frac{1}{6}(x-6)^2+6$, 即 $y=-\frac{1}{6}x^2+2x$;

(3) 设 A (x, y)

∴A ($x, -\frac{1}{6}(x-6)^2+6$)

∵四边形 ABCD 是矩形,

∴ $AB=DC=-\frac{1}{6}(x-6)^2+6$,

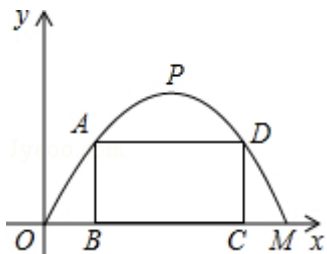
根据抛物线的轴对称性, 可得: $OB=CM=x$,

∴ $BC=12-2x$, 即 $AD=12-2x$,

$$\therefore \text{令 } L=AB+AD+DC=2\left[-\frac{1}{6}(x-6)^2+6\right]+12-2x=-\frac{1}{3}x^2+2x+12=-\frac{1}{3}(x-3)^2+15.$$

\therefore 当 $x=3$, L 最大值为 15

\therefore AB、AD、DC 的长度之和最大值为 15 米.



15、解：(1) \because 四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore \angle A=\angle B=\angle C=90^\circ$, $CD=AB=6\text{cm}$, $AD=BC=12\text{cm}$,

$$\begin{aligned} \therefore \triangle DMN \text{ 的面积} &= \text{矩形 ABCD 的面积} - \triangle ADM \text{ 的面积} - \triangle BMN \text{ 的面积} - \triangle CDN \text{ 的面积} \\ &= 12 \times 6 - \frac{1}{2} \times 12 \times t - \frac{1}{2} \times 2t(6-t) - \frac{1}{2} \times 6 \times (12-2t) = t^2 - 6t + 36, \end{aligned}$$

即 $s=t^2 - 6t + 36$;

$\therefore s=t^2 - 6t + 36 = (t-3)^2 + 27$, $a=1 > 0$,

$\therefore S$ 由最小值 $= 27$;

(2) 当 $\triangle DMN$ 为直角三角形时, $\angle MND=90^\circ$,

$\therefore \angle BNM + \angle CND = 90^\circ$,

$\therefore \angle BNM + \angle BMN = 90^\circ$,

$\therefore \angle BMN = \angle CND$,

又 $\because \angle B = \angle C$,

$\therefore \triangle BMN \sim \triangle CND$,

$$\therefore \frac{BM}{CN} = \frac{BN}{CD},$$

$$\text{即 } \frac{6-t}{12-2t} = \frac{2t}{6},$$

$$\text{解得: } t = \frac{3}{2},$$

$$\therefore S = \left(\frac{3}{2} - 3\right)^2 + 27 = 29\frac{1}{4},$$

即 $\triangle DMN$ 的面积为 $29\frac{1}{4}$.

(C) 组

16、解：(1) ∵对称轴为直线 $x = \frac{7}{2}$,

设所求抛物线的解析式为 $y = a(x - \frac{7}{2})^2 + b$,

$$\text{则由题意可得: } \begin{cases} \frac{25}{4}a + b = 0 \\ \frac{49}{4}a + b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -\frac{25}{6} \end{cases},$$

∴所求抛物线的解析式为: $y = \frac{2}{3}(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{25}{6} = \frac{2}{3}x^2 - \frac{14}{3}x + 4$,

顶点坐标为: $(\frac{7}{2}, -\frac{25}{6})$;

(2) ∵点 E (x, y) 在抛物线上, 位于第四象限, 且坐标适合 $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{14}{3}x + 4$,

∴ $y < 0$,

即 $-y > 0$, $-y$ 表示点 E 到 OA 的距离.

∵OA 是平行四边形 OEAF 的对角线,

$$\therefore S = 2S_{\triangle OAE} = 2 \times \frac{1}{2} \times OA \cdot |y| = -6y = -6 \left(\frac{2}{3}x^2 - \frac{14}{3}x + 4 \right) = -4x^2 + 28x - 24,$$

自变量 x 的取值范围为: $1 < x < 6$;

(3) 根据题意得: $-4x^2 + 28x - 24 = 24$,

解得 $x_1 = 3, x_2 = 4$,

∴所求的点 E 有两个, 分别为 $E_1(3, -4), E_2(4, -4)$,

∵点 $E_1(3, -4)$,

$$\therefore OE = 5, AE = \sqrt{(3-6)^2 + (-4-0)^2} = 5,$$

∴ $OE = AE$,

∴平行四边形 OEAF 是菱形,

∵点 $E_2(4, -4)$,

$$\therefore OE = 4\sqrt{2}, AE = \sqrt{(4-6)^2 + (-4-0)^2} = 2\sqrt{5},$$

∴ 不满足 OE=AE,

∴ 平行四边形 OEAF 不是菱形,

综上所述, 当点 E 坐标为 (3, -4) 时, 平行四边形 OEAF 为菱形.

17、解: (1) 抛物线与 y 轴交于点 C (0, -6),

∴ c = -6;

而抛物线过点 A (-6, 0)、B (2, 0),

$$\therefore \begin{cases} 36a-6b-6=0; \\ 4a+2b-6=0 \end{cases}$$

解得 $a = \frac{1}{2}$, $b = 2$,

即此抛物线的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$;

它的对称轴为直线 $x = -2$;

(2) ∵ A、B 关于对称轴直线 $x = -2$ 对称, M 在对称轴上,

∴ AM=BM;

所以当点 A, M, C 共线时, $\triangle MBC$ 的周长最小;

直线 AC 的解析式是: $y = -x - 6$,

令 $x = -2$, 得 $y = -4$,

即点 M 的坐标为 (-2, -4);

(3) 点 P (0, k) 为线段 OC 上的一个不与端点重合的动点,

∴ $-6 < k < 0$;

∵ PD // CM,

∴ $\angle ODP = \angle OAC$, $\angle OPD = \angle OCA$,

∴ $\triangle ODP \sim \triangle OAC$,

$$\therefore \frac{OD}{OA} = \frac{OP}{OC},$$

而 OA=OC,

∴ OD=OP, 即 D (k, 0);

∴ $\triangle MPD$ 的面积 $S = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle AMD} - S_{\triangle MCP} - S_{\triangle POD}$;

$$\text{即 } S = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \frac{1}{2} \times (6+k) \times 4 - \frac{1}{2} \times (6+k) \times 2 - \frac{1}{2} \times |k|^2 = -\frac{1}{2}k^2 - 3k;$$

当 $k = -3$ 时, S 的值最大, 最大值为 $\frac{9}{2}$.

